PROBLEMAS PROPUESTOS TEMA 4

Problema 1

En un cable coaxial de bajas pérdidas, bajo condiciones de máxima transferencia de potencia los campos eléctrico y magnético en el dieléctrico vienen dados por:

$$\overline{E}(z,t) = \overline{1\rho}\,\frac{E_0}{\rho}\,e^{-\alpha z}\cos(\beta z - \omega t) \qquad \overline{H}(z,t) = \overline{1\varphi}\,\frac{E_0\sqrt{\varepsilon_r}}{120\pi\rho}\,e^{-\alpha z}\cos(\beta z - \omega t)$$

a. Determina el vector de Poynting instantáneo en el dieléctrico.

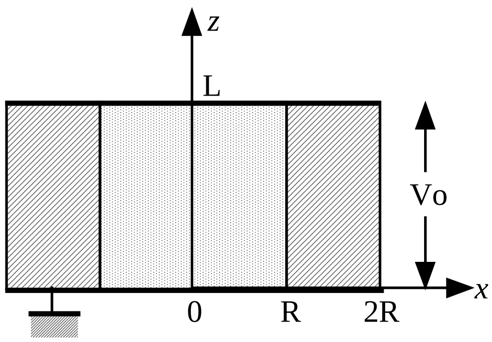
b. Determina el promedio en el tiempo del vector de Poynting, y la potencia promedio transmitida en función de *z*, definida como:

$$P(z) = \int_0^{2\pi}\int_a^b \overline{S}_{promedio}\cdot\overline{1z}\,\rho\,d\rho\,d\varphi$$

c. Determina la eficiencia de potencia para un cable coaxial de longitud *L*, definida como:

$$\text{Eficiencia}(\%) = \frac{\text{Potencia promedio en } z = L}{\text{Potencia promedio en } z = 0}\,x100\%$$

Problema 2



La figura muestra un corte de un sistema de simetría cilíndrica constituido por un cilindro de radio R y altura L de material con parámetros ε_0, $10\mu_0$, $\sigma>0$, un cilindro hueco de radio interno R, radio externo 2R y altura L de material con parámetros $3\varepsilon_0$, μ_0, $\sigma_0=0$, dos discos conductores ideales de radio 2R (líneas gruesas) y una resistencia superficial cilíndrica de radio 2R, altura L y conductividad superficial σ_S. El sistema está conectado a una batería de voltaje Vo.

a. Determina $\overline{E}$, $\overline{D}$ y $\overline{P}$ en el interior del sistema.

b. Determina las densidades de corriente de conducción en los conductores no ideales del sistema.

c. Determina la relación entre σ_S y σ para que las corrientes totales en el conductor superficial y en el conductor volumétrico sean iguales.

d. Determina $\overline{H}$, $\overline{B}$ y $\overline{M}$ en el interior del sistema.

e. Determina las densidades de corriente superficial en los conductores ideales suponiendo que $\overline{H}$ fuera del sistema es $\overline{H} = \overline{1\varphi}\,I_{TOT}/(2\pi\rho)$.

f. Determina el vector de Poynting en el interior del sistema.

g. Verifique el Teorema de Poynting en forma integral en el volumen $\rho < R$, $0 \le \varphi < 2\pi$, $0 < z < L$

Problema 3
Se tiene un sistema electromagnético que ocupa el volumen $0 \le x \le 2a$, $-\infty < y < \infty$, $0 \le z \le c$. Se sabe que fuera del sistema el vector de Poynting es nulo, y que dentro del sistema el campo eléctrico es $\overline{E} = -E_0\overline{1z}$ y el vector de Poynting es:

$$\overline{S} = \begin{cases} -\overline{1x}S_0\text{, si } 0 < x < a, -\infty < y < \infty, 0 < z < c \\ \overline{1x}S_0\left(2 - x/a\right)\text{, si } a < x < 2a, -\infty < y < \infty, 0 < z < c \end{cases}$$

a. Elabora un dibujo de las líneas de flujo del vector de Poynting.
b. En base al dibujo, indica dónde están las fuentes y los sumideros de potencia del sistema. Justifica tu respuesta.
c. Determina las densidades de corriente del sistema, e indica si corresponden a fuentes o a conductores.
d. Determina el campo magnético en el interior del sistema.

Problema 4
En el interior de un sistema cilíndrico, se conoce que el vector de Poynting es:

$$\mathbf{S} = \begin{cases} \dfrac{VoIo}{2\pi\rho^2 \ln(b/a)}\mathbf{1z}\text{, en } a < \rho < b, 0 \le \varphi < 2\pi, \text{- L} < \text{z} < 0 \\ -\dfrac{VoIo}{2\pi\rho^2 \ln(b/a)}\mathbf{1z}\text{, en } a < \rho < b, 0 \le \varphi < 2\pi, 0 < \text{z} < \text{L} \end{cases}$$

y que el campo eléctrico es $\overline{E} = \overline{1\rho}V_0 / \left[\rho \ln(b/a)\right]$.

a) Demuestra que dentro del sistema no hay conductores volumétricos ni fuentes de potencia distribuidas volumétricamente.
b) Demuestra que en z=L y en z=–L hay fuentes de potencia distribuidas superficialmente. Obtenga la densidad superficial de corriente de cada una de ellas.
a. Demuestra que en z=0 hay un conductor cuya conductividad superficial es: σ_s=I_o ln(b/a) / (πV_o).
d) Demuestra el teorema de Poynting en forma integral en el volumen acotado por las superficies z=-L/4, z=5L/4 y ρ=2b.

Problema 5
Se tiene un sistema constituido por un conductor homogéneo de conductividad σ en el volumen $0 < x < a$, $0 < y < b$, $|z| < \infty$, una fuente de corriente superficial con densidad $\overline{K} = K_0\overline{1y}$ en $x = 0$, $0 < y < b$, $|z| < \infty$, un conductor superficial de conductividad σ_S en $x = 2a$, $0 < y < b$, $|z| < \infty$, y dos láminas de material conductor ideal ubicadas en $0 < x < a$, $y = 0$, $|z| < \infty$, y en $0 < x < a$, $y = b$, $|z| < \infty$. Se sabe que en el interior del sistema el campo eléctrico es $\overline{E} = -E_0\overline{1y}$ y el vector de Poynting es de la forma $\overline{S} = S_x(x)\overline{1x}$, y que fuera del sistema el vector de Poynting es nulo.

a. Determina el vector de Poynting y la potencia total disipada en el sistema.
b. Determina el campo magnético dentro del sistema